

राजस्थान माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, अजमेर द्वारा आयोजित

REET 2022-23

5 वर्षों
के पेपर्स का
विश्लेषण चार्ट
का समावेश

गणित

LEVEL-1

(कक्षा 1 से 5 के लिए)

- REET के नवीनतम् पाठ्यक्रमानुसार सम्पूर्ण थ्योरी
- NCERT एवं RBSE की पाठ्यपुस्तकों पर आधारित थ्योरी
- 5 वर्षों के विषयवार सॉल्व्ड पेपर्स (2021, 2017, 2015, 2012 एवं 2011) का समावेश
- 740+ महत्वपूर्ण प्रश्नों का अध्यायवार सकलन

Best
Text book!

इस पुस्तक की थ्योरी REET के पाठ्यक्रम एवं विगत वर्षों में पूछे गये प्रश्नों पर आधारित है।

इस पुस्तक का गहन अध्ययन करने से आप REET गणित के प्रश्नों को आसानी से हल कर सकते हैं।

Code	Price	Pages
CB857	₹ 119	154

राजस्थान माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, अजमेर द्वारा आयोजित

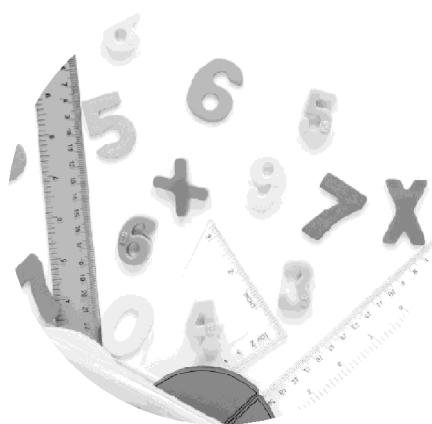
**REET
2022-23**

गणित

LEVEL-1
(कक्षा 1 से 5 के लिए)

Prepared by:

Examcart Experts



AGRAWAL GROUP OF PUBLICATIONS
EduCart | Agrawal Publications | AGRAWAL EXAMCART

Book Name	REET गणित Paper-1 (कक्षा 1 - 5)
Editor Name	Rahul Agarwal
Edition	Latest
Published by	Agrawal Group Of Publications (AGP) © All Rights reserved.
ADDRESS (Head office)	<u>28/115 Jyoti Block, Sanjay Place, Agra, U.P. 282002</u>
CONTACT	<u>quickreply@agpgroup.in</u> We reply super fast
BUY BOOK	<u>www.examcart.in</u> Cash on delivery available
WHATSAPP (Head office)	8937099777
PRINTED BY	Schoolcart
DESKTOP PUBLISHING	Agrawal Group Of Publications (AGP)
ISBN	978-93-5561-269-4
© COPYRIGHT	Agrawal Group Of Publications (AGP)

Disclaimer: This teaching material has been published pursuant to an undertaking given by the publisher that the content does not in any way whatsoever violate any existing copyright or intellectual property right. Extreme care is put into validating the veracity of the content in this book. However, if there is any error found, please do report to us on the below email and we will re-check; and if needed rectify the error immediately for the next print.

ATTENTION

No part of this publication may be re-produced, sold or distributed in any form or medium (electronic, printed, pdf, photocopying, web or otherwise) on Amazon, Flipkart, Snapdeal without the explicit contractual agreement with the publisher. Anyone caught doing so will be punishable by Indian law.

इस प्रकाशन का कोई भी हिस्सा प्रकाशक के साथ स्पष्ट संविदात्मक समझौते के बिना अमेजन, फ्लिपकार्ट, स्नैपडील पर किसी भी रूप या माध्यम (इलेक्ट्रॉनिक, मुद्रित, पीडीएफ, फोटोकॉपी, वेब या अन्यथा) में फिर से उत्पादित, बेचा या वितरित नहीं किया जा सकता है। जो कोई भी ऐसा करता हुआ पकड़ा जाएगा, वह भारतीय कानून द्वारा दंडनीय होगा।



AGP contributes Rupee One on every book purchased by you to the **Friends of Tribals Society** Organization for better education of tribal children.



REET (1 to 5) के पिछले वर्षों के हल प्रश्न–पत्रों का विश्लेषण चार्ट

गणित

क्र. सं.	अध्याय का नाम	2021	2017	2015	2012	2011
1.	संख्या पद्धति	4	3	3	2	4
2.	गणितीय मूल संक्रियाएँ	5	3	2	3	2
3.	भारतीय मुद्रा	1	-	-	1	-
4.	मिन्न एवं दशमलव संख्याएँ	1	2	1	1	2
5.	लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्तक	2	1	3	2	1
6.	ऐकिक नियम	2	2	-	-	2
7.	औसत	-	1	1	-	1
8.	लाभ और हानि	1	2	2	3	1
9.	ब्याज	3	1	2	1	1
10.	ज्यामिति	6	3	3	7	2
11.	राशियाँ एवं मापन	3	1	2	-	2
12.	क्षेत्रफल एवं परिमाप	2	1	2	-	4
13.	आँकड़ा प्रबंधन	-	-	-	-	1
14.	गणित शिक्षण भाग-1	-	5	5	5	4
15.	गणित शिक्षण भाग-2	-	5	4	5	3

11 जनवरी, 2021 का नवीनतम् पाठ्यक्रम (Syllabus)

Level-1 : कक्षा 1 से 5

गणित

- एक करोड़ तक की पूर्ण संख्याएँ, स्थानीय मान, तुलना, गणितीय मूल संक्रियाएँ—जोड़, बाकी, गुणा, भाग; भारतीय मुद्रा।
- भिन्न की अवधारणा, उचित भिन्नें, समान हर वाली उचित भिन्नों की तुलना, मिश्र भिन्नें, असमान हर वाली उचित भिन्नों की तुलना, भिन्नों की जोड़ बाकी, अभाज्य एवं संयुक्त संख्याएँ, अभाज्य गुणनखण्ड, लघुत्तम समापवर्त्य, महत्तम समापवर्तक।
- ऐकिक नियम, औसत, लाभ-हानि, सरल ब्याज।
- समतल व वक्रतल, समतल व ठोस ज्यामितीय आकृतियाँ, समतल ज्यामितीय आकृतियों की विशेषतायें, बिन्दु, रेखा, किरण, रेखा-खण्ड, कोण एवं उनके प्रकार।
लम्बाई, भार, धारिता, समय, क्षेत्रमापन एवं इनकी मानक इकाइयाँ एवं उनमें संबंध वर्गाकार तथा आयताकार वस्तुओं के पृष्ठ तल का क्षेत्रफल एवं परिमाप।
- गणित की प्रकृति एवं तर्कशक्ति, पाठ्यक्रम में गणित की महत्ता, गणित की भाषा, सामुदायिक गणित, अँकड़ों का प्रबंधन।
- औपचारिक एवं अनौपचारिक विधियों द्वारा मूल्यांकन, शिक्षण की समस्याएँ, त्रुटि विश्लेषण एवं शिक्षण व अधिगम से संबंधित, निदानात्मक एवं उपचारात्मक शिक्षण।

विषय-सूची

अध्याय

पृष्ठ सं.

1. संख्या पद्धति (Number System)	1-10
2. गणितीय मूल संक्रियाएँ (Mathematical Operations)	11-16
3. भारतीय मुद्रा (Indian Money)	17-19
4. भिन्न एवं दशमलव संख्याएँ (Fractions and Decimal Numbers)	20-29
5. लघुतम समापवर्त्य और महतम समापवर्तक (L.C.M. and H.C.F.)	30-34
6. ऐकिक नियम (Unitary Rule)	35-40
7. औसत (Average)	41-43
8. लाभ और हानि (Profit and Loss)	44-48
9. ब्याज (Interest)	49-52
10. ज्यामिति (Geometry)	53-75
11. राशियाँ एवं मापन (Units and Measurement)	76-78
12. क्षेत्रफल एवं परिमाप (Mensuration)	79-88
13. आँकड़ा प्रबन्धन (Data Handling)	89-99
14. गणित शिक्षण भाग-1 (Mathematics Teaching Part-1)	100-119
15. गणित शिक्षण भाग-2 (Mathematics Teaching Part-2)	120-137

विषयवार सॉल्व्ड पेपर्स

1. राजस्थान अध्यापक पात्रता (1-5) परीक्षा, 2021 हल-प्रश्न पत्र	1-4
2. राजस्थान अध्यापक पात्रता (1-5) परीक्षा, 2017 हल-प्रश्न पत्र	5-7
3. राजस्थान अध्यापक पात्रता (1-5) परीक्षा, 2015 हल-प्रश्न पत्र	8-9
4. राजस्थान अध्यापक पात्रता (1-5) परीक्षा, 2012 हल-प्रश्न पत्र	10-12
5. राजस्थान अध्यापक पात्रता (1-5) परीक्षा, 2011 हल-प्रश्न पत्र	13-15

अध्याय 1

संख्या पद्धति (Number System)

संख्याएँ (Numbers)

I. **अंक (Digits)**—0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, तथा 9 को गणित में अंकों की परिभाषा दी गई है। इन अंकों के द्वारा विभिन्न संख्याओं का निर्माण किया जाता है। जैसे—10, 123, 456, 789 इत्यादि।

II. **संख्यांक प्रणाली (Number System)**—संख्यांक प्रणाली में मुख्यतः दो प्रकार की प्रणाली निहित होती है—(i) दाशमिक अंकन प्रणाली, (ii) रोमन अंकन प्रणाली।

(i) **दाशमिक अंकन प्रणाली (Decimal Number System)**—0 से 9 अर्थात् दस अंकों के होने के कारण इसे दाशमिक अंकन प्रणाली कहा जाता है। इस प्रणाली में संख्याओं को दो प्रकार से लिखा और पढ़ा जाता है—(i) भारतीय संख्या प्रणाली, (ii) अन्तर्राष्ट्रीय संख्या प्रणाली।

भारतीय संख्या प्रणाली के अन्तर्गत संख्याओं को उनके स्थानीय मानों के अनुरूप पढ़ा और लिखा जाता है। इन संख्याओं को नीचे दी गई तालिका के अनुसार पढ़ा जाता है।

दस करोड़	करोड़	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	$10^0 = 1$

उदा. : संख्या 51, 45, 42, 786 को इकायावन करोड़, पैंतालीस लाख, बयालीस हजार सात सौ छियासी पढ़ा जाता है।

$$1 \text{ दहाई} = 10 \text{ इकाइयाँ}$$

$$1 \text{ सैकड़ा} = 10 \text{ दहाईयाँ} \\ = 100 \text{ इकाइयाँ}$$

$$1 \text{ हजार} = 10 \text{ सैकड़ा} \\ = 100 \text{ दहाईयाँ}$$

$$1 \text{ लाख} = 100 \text{ हजार} \\ = 1000 \text{ सैकड़ा}$$

$$1 \text{ करोड़} = 100 \text{ लाख} \\ = 10,000 \text{ हजार}$$

अन्तर्राष्ट्रीय संख्या प्रणाली के अन्तर्गत सभी संख्याओं को निम्नलिखित तालिका के अनुसार पढ़ा और लिखा जाता है।

दस मिलियन	एक मिलियन	सौ हजार	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	$10^0 = 1$

उदा. : संख्या 14, 542, 786 को अन्तर्राष्ट्रीय संख्या प्रणाली में चौदह मिलियन पाँच सौ बयालीस हजार सात सौ छियासी पढ़ा जाता है।

	एक	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
1 4 5 4 2 7 8 6	1	4	5	4	2	7	8	6
दस मिलियन	मिलियन	हजार	सौ	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई

(ii) **रोमन अंकन प्रणाली (Roman Number System)**—इस प्रणाली में संख्या लैटिन वर्णमाला के अक्षरों के संयोजन द्वारा दर्शायी जाती है। वर्तमान में उपयोग किये जाने वाले रोमन अंक, सात प्रतीकों पर आधारित हैं।

रोमन प्रणाली	I	V	X	L	C	D	M
हिन्दू अरेबिक प्रणाली	1	5	10	50	100	500	1000

उदा. : 25 को XXV तथा 101 को CI लिखा जाता है।

- किसी भी संकेत की पुनरावृत्ति होने पर वह जितनी बार आता है उसका मान उतनी ही बार जोड़ दिया जाता है।
- किसी भी संकेत की पुनरावृत्ति तीन से अधिक बार नहीं की जाती है। संकेत V, L व D की कभी पुनरावृत्ति नहीं होती है।
- यदि छोटे मान वाला कोई संकेत एक बड़े मान वाले संकेत के दाईं ओर लग जाता है तो बड़े मान में छोटे मान को जोड़ दिया जाता है।
- यदि छोटे मान वाला कोई संकेत एक बड़े मान वाले संकेत के बाईं ओर लग जाता है तो बड़े मान में छोटे मान को घटा दिया जाता है।
- संकेत V, L और D के मानों को कभी भी घटाया नहीं जाता है। संकेत I को केवल V और X में से घटाया जा सकता है। संकेत X को केवल L, M व C में से ही घटाया जा सकता है।

सबसे बड़ी संख्याएँ एवं छोटी संख्याएँ—

इकाई—अंक 0 से 9 तक इकाई अंक होते हैं। सबसे छोटी तथा सबसे बड़ी 1—अंक की संख्या क्रमशः 0 तथा 9 है।

दहाई—10 से 99 तक की संख्याएँ दहाई वाली संख्याएँ होती हैं। संख्या 10, 2—अंकों की सबसे छोटी तथा 99, 2—अंकों की सबसे बड़ी संख्या है।

सैकड़ा—100 से 999 तक की संख्याएँ सैकड़े वाली संख्याएँ होती हैं। 3—अंकों की सबसे छोटी एवं सबसे बड़ी संख्या क्रमशः 100 तथा 999 है।

हजार—1,000 से 9999 तक की संख्याएँ हजार वाली संख्याएँ होती हैं जहाँ, 1000 सबसे छोटी 4—अंकों की संख्या तथा 9,999, 4—अंकों की सबसे बड़ी संख्या है।

दस हजार—10,000 से 99,999 तक की संख्याओं में 10,000 सबसे छोटी 5—अंकों की संख्या तथा 99,999, 5—अंकों की सबसे बड़ी संख्या है।

लाख—1,00,000 से 9,99,999 तक की संख्याएँ लाख वाली संख्याएँ होती हैं। 6 अंकों की सबसे छोटी तथा सबसे बड़ी संख्या क्रमशः 1,00,000 तथा 9,99,999 है।

दस लाख—10,00,000 से 99,99,999 तक की संख्याएँ दस लाख वाली संख्याएँ हैं। 7-अंकों की सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या क्रमशः 99,99,999 तथा 10,00,000 है।

1 करोड़—8 अंकों की सबसे बड़ी संख्या 9,99,99,999 तथा सबसे छोटी संख्या 1,00,00,000 है।

अंकों के मान—

स्थानीय मान—दी गई संख्या में किसी अंक का मान उसके स्थानीय मान तथा स्वयं के गुणनफल से प्राप्त मान होता है। जैसे—संख्या 4,89,765 में 6 का स्थानीय मान $6 \times 10 = 60$ होगा, जहाँ 6 को उसके स्थानीय मान अर्थात् दहाई स्थान (10) से गुणा किया गया है। इसी प्रकार उपरोक्त संख्या में 8 का स्थानीय मान 80,000 तथा 4 का स्थानीय मान 4,00,000 होता है।

वास्तविक मान—किसी संख्या में अंक का वास्तविक मान स्वयं संख्या होती है। जैसे—संख्या 59,438 में 9 का वास्तविक मान 9 ही होता है।

नोट—यदि दो अंकों x तथा y से बनी एक संख्या $10x + y$ है, तो x दहाई का अंक तथा y इकाई का अंक होता है।

संख्याओं की तुलना

- संख्याओं की तुलना जिनमें अंकों की संख्या बराबर नहीं हो—अधिक अंकों वाली संख्या कम अंकों वाली संख्या से बड़ी होती है अथवा कम अंकों वाली संख्या अधिक अंकों वाली संख्या से छोटी होती है।
- संख्याओं की तुलना जिनमें अंकों की संख्या बराबर हो—आठ अंकों वाली संख्याओं में बायें से दायें क्रमशः करोड़, दस लाख, लाख, दस हजार, हजार, रोकड़ा, दहाई, इकाई के स्थानों पर लिखे अंकों की तुलना के आधार पर छोटी अथवा बड़ी संख्या ज्ञात करते हैं।

उदा. 1. : 54,29,683 और 54,29,684 में दस लाख, लाख, दस हजार, हजार, रोकड़ा, दहाई के स्थानों पर लिखे अंक समान हैं तथा इकाई के स्थान पर लिखे अंकों में $3 < 4$ अथवा $4 > 3$ है। अतः

$54,29,683 < 54,29,684$ अथवा $54,29,684 > 54,29,683$

उदा. 2. : 5403100, 2560860, 14580872, 1450378 को आरोही क्रम में लिखिये।

हल : दी गई संख्याओं को छोटे से बड़े क्रम में रखने पर इनका आरोही क्रम = 1450378, 2560860, 5403100, 14580872

उदा. 3. : 1329543, 2329543, 13295406, 329543 को अवरोही क्रम में लिखिये।

हल : दी गई संख्याओं को बड़े से छोटे क्रम में रखने पर इनका अवरोही क्रम = 13295406, 2329543, 1329543, 329543

संख्याओं का वर्गीकरण (Kinds of Numbers)

दशमलव संख्या पद्धति (Decimal System) में संख्याओं को 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 आदि अंकों के प्रयोग द्वारा निरूपित किया जाता है। संख्याओं को उनके गुणों के आधार पर अलग-अलग समूह में वर्गीकृत किया गया है।

- प्राकृत संख्याएँ (Natural Numbers)**— ये संख्याएँ 1 से प्रारम्भ होती हैं और अनन्त तक जाती हैं। इनके समूह को N से दर्शाते हैं।

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

- पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)**—जब प्राकृत संख्याओं में शून्य को शामिल किया जाता है तो पूर्ण संख्याएँ बन जाती हैं।

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

- सम संख्याएँ (Even Numbers)**—वे संख्याएँ जो 2 से भाज्य होती हैं, सम संख्याएँ कहलाती हैं।

$$E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

- विषम संख्याएँ (Odd Numbers)**—वे संख्याएँ जो 2 से भाज्य नहीं होती हैं, विषम संख्याएँ कहलाती हैं।

$$O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

- पूर्णक संख्याएँ (Integers)**—धनात्मक व ऋणात्मक चिह्न वाली संख्याओं को पूर्णक संख्याएँ कहते हैं।

$$I = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

- अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers)**—1 से बड़ी उन सभी प्राकृत संख्याओं का समूह जिसमें उस संख्या तथा 1 को छोड़कर अन्य किसी भी संख्या से भाग देने पर वह पूर्णतः विभाजित न हो सके। ‘2’ एक मात्र ऐसी संख्या है जो सम भी है और रुद्ध भी है।

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$

- परिमेय संख्याएँ (Rational Numbers)**—वे संख्याएँ जिनको p/q के रूप में लिखा जा सकता है जहाँ p और q कोई ऐसी संख्याएँ हैं जो कि अभाज्य हैं तथा $q \neq 0$ है। इनके समूह को परिमेय संख्या (Rational Number) कहा जाता है।

$$R = \left\{ \dots, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, -4, 0, 4, \frac{7}{5} \right\}$$

- अपरिमेय संख्याएँ (Irrational Numbers)**—वे संख्याएँ जिनको p/q के रूप में लिखना सम्भव न हो, ऐसी संख्याओं के समूह को अपरिमेय संख्या कहते हैं। यहाँ भी p व q परस्पर अभाज्य संख्याएँ होंगी तथा $q \neq 0$ होगा।

$$L = \{\dots, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, \dots\}$$

- सह अभाज्य संख्या (Co-prime Numbers)**—यदि दो प्राकृतिक संख्याओं का म.स.प. 1 हो, अर्थात् 1 के अलावा कोई भी उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, तो वे संख्याएँ सह-अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।

उदा. : (2, 3), (4, 5), (5, 9), (13, 14), (15, 16) आदि।

- पूर्ववर्ती संख्या (Predecessor Number)**—किसी भी संख्या के पहले आने वाली संख्या उस मूल संख्या की पूर्ववर्ती संख्या कहलाती है।

उदा. : 2014 की पूर्ववर्ती संख्या = $2014 - 1 = 2013$

- परवर्ती संख्या (Successor Number)**—किसी भी संख्या के बाद में आने वाली संख्या उस मूल संख्या की परवर्ती संख्या कहलाती है।

उदा. : 2019 की परवर्ती संख्या = $2019 + 1 = 2020$

संख्याओं का सन्निकट मान

दैनिक जीवन में विशेष परिस्थितियों में संख्याओं के आकलन पर केवल अनुमानित मान प्रयोग किये जाते हैं। जैसे—राशन के मासिक व्यय का अनुमान, शादी में निमंत्रण पत्रों की संख्या का अनुमान, किसी व्यक्ति की उम्र का अनुमानित मान इत्यादि। इस अनुमानित मान को ही संख्याओं का सन्निकट मान कहा जाता है।

संख्याओं में सन्निकट मान ज्ञात करने के लिए संख्याओं के स्थानीय मान को आधार माना जाता है। कुछ स्थानीय मानों के सन्निकट मान विभिन्न प्रकार से ज्ञात किये जाते हैं।

- (i) **दहाई तक सन्निकट मान ज्ञात करना—संख्या का दहाई तक सन्निकट मान ज्ञात करने के लिए इकाई के अंक का आकलन करते हैं। यदि इकाई का अंक 1, 2, 3 और 4 है, तो वह शून्य के अधिक निकट माना जाता है। यदि इकाई का अंक 5 या उससे अधिक है, तो दहाई के अंक में 1 अंक की वृद्धि हो जाती है तथा इकाई अंक शून्य हो जाता है।**

उदा. : संख्या 9537 का दहाई अंक तक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

हल : दी गई संख्या का दहाई अंक तक सन्निकट मान ज्ञात करने के लिए इकाई अंक का आकलन किया जाता है। यहाँ, चूँकि इकाई अंक 7 है, इसीलिए संख्या में इकाई अंक शून्य तथा दहाई अंक में 1 अंक की वृद्धि होती है। अतः संख्या 9537 का दहाई अंक तक सन्निकट मान 9540 होगा।

- (ii) **सैकड़ा तक सन्निकट मान ज्ञात करना—संख्या का सैकड़ा तक सन्निकट मान ज्ञात करने के लिए दहाई के अंक का आकलन करते हैं। यदि दहाई का अंक 1, 2, 3 और 4 है, तो वह शून्य के अधिक निकट माना जाता है। यदि दहाई का अंक 5 या उससे अधिक है, तो सैकड़ा के अंक में 1 अंक की वृद्धि हो जाती है तथा दहाई अंक शून्य हो जाता है।**

उदा. : संख्या 7351 का सैकड़ा अंक तक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

हल : दी गई संख्या का सैकड़ा अंक तक सन्निकट मान ज्ञात करने के लिए दहाई अंक का आकलन किया जाता है। यहाँ, चूँकि दहाई अंक 5 है, इसीलिए संख्या में दहाई और इकाई अंकों के स्थान पर शून्य तथा सैकड़ा अंक में 1 अंक की वृद्धि होती है। अतः संख्या 7351 का सैकड़ा अंक तक सन्निकट मान 7400 होगा।

- (iii) **हजार तक सन्निकट मान ज्ञात करना—संख्या का हजार तक सन्निकट मान ज्ञात करने के लिए सैकड़ा अंक का आकलन करते हैं। यदि सैकड़ा का अंक 1, 2, 3 और 4 है, तो वह शून्य के अधिक निकट माना जाता है। यदि सैकड़ा का अंक 5 या उससे अधिक है, तो हजार के अंक में 1 अंक की वृद्धि हो जाती है तथा सैकड़ा अंक शून्य हो जाता है।**

उदा. : संख्या 53458 का हजार अंक तक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

हल : चूँकि संख्या में सैकड़ा अंक 4 है, इसीलिए सैकड़ा, दहाई और इकाई अंकों के स्थान पर शून्य तथा हजार का अंक यथावत् ही रहता है। अतः संख्या 53458 का हजार अंक तक सन्निकट मान 53000 होगा।

पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

प्राकृत संख्याएँ शून्य के साथ मिलकर पूर्ण संख्याओं का निर्माण करती हैं। जब पूर्ण संख्याओं पर संक्रियायें (जोड़-घटाव, गुणा, भाग) प्रयोग की जाती हैं तो अनेक गुणों का पता चलता है।

पूर्ण संख्याओं के गुण

- (i) प्राकृत संख्याओं के सभी गुण पूर्ण संख्याओं के लिए सत्य हैं।
(ii) सबसे छोटी पूर्ण संख्या शून्य (0) है।

पूर्ण संख्याओं के गुणधर्म

- (i) **संवृत गुण—यदि a तथा b दो पूर्ण संख्याएँ हैं, तो $a + b$ तथा $a * b$ पूर्ण संख्याएँ होंगी।**

उदा. : $4 + 5 = 9$, एक पूर्ण संख्या

$$4 \times 5 = 20, \text{ एक पूर्ण संख्या}$$

$$4 - 5 = -1, \text{ एक पूर्ण संख्या नहीं है।}$$

$$4 \div 5 = \frac{4}{5}, \text{ एक पूर्ण संख्या नहीं है।}$$

अतः पूर्ण संख्याएँ व्यवकलन (घटाव) तथा भाग के अन्तर्गत संवृत नहीं होती हैं।

- (ii) **क्रमविनिमय गुण—पूर्ण संख्याओं के लिए, योग तथा गुणन दोनों ही क्रमविनिमय हैं।**

उदा. : $4 + 5 = 9 = 5 + 4$

$$7 \times 6 = 42 = 6 \times 7$$

$$\text{परन्तु, } 7 - 4 = 3 \neq 4 - 7$$

$$6 \div 2 = 3 \neq 2 \div 6$$

अतः क्रमविनिमय घटाव तथा भाग के लिए उपयोगी नहीं है।

- (iii) **साहचर्य गुण—पूर्ण संख्याओं के लिए योग तथा गुणन दोनों ही साहचर्य हैं।**

उदा. : $4 + (5 + 6) = 4 + 11 = 15$

$$(4 + 5) + 6 = 9 + 6 = 15$$

$$\therefore 4 + (5 + 6) = (4 + 5) + 6$$

- (iv) **वितरण या बंटन गुण—**

उदा. : $4 \times (5 + 8) = 4 \times 5 + 4 \times 8$

$$4 \times 13 = 20 + 32$$

$$52 = 52$$

उदाहरण से स्पष्ट है कि इसे योग पर गुणन का वितरण गुण कहते हैं।

- (v) **तत्समक अवयव—**

- (i) **योज्य तत्समक—‘0’ को योज्य तत्समक कहा जाता है, क्योंकि यह एक मात्र ऐसा अवयव है जिसको किसी संख्या के साथ जोड़ने पर वही संख्या प्राप्त होती है।**

उदा. : $5 + 0 = 5$ तथा $7 + 0 = 7$ इत्यादि।

- (ii) **गुणनात्मक तत्समक—‘1’ को गुणनात्मक तत्समक कहा जाता है, क्योंकि यह एक मात्र ऐसा अवयव है जिसको किसी संख्या के साथ गुणा करने पर वही संख्या प्राप्त होती है।**

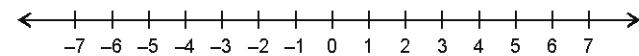
उदा. : $6 \times 1 = 6$ तथा $9 \times 1 = 9$ इत्यादि।

पूर्णांक

संख्या रेखा पर अंकित शून्य के दोनों ओर की समस्त ऋणात्मक संख्याओं तथा धनात्मक संख्याओं के समुच्चय को पूर्णांक कहते हैं।

उदा. : $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ तथा 5 सभी पूर्णांक संख्याएँ हैं।

संख्या रेखा पर पूर्णांक संख्याओं को निम्नलिखित भाँति दर्शाया जाता है।



पूर्णांक संख्याओं के गुणधर्म

- (i) **योग के लिए संवृत गुणधर्म—किन्तु दो पूर्ण संख्याओं का योगफल सदैव एक पूर्ण संख्या ही होती है और हम कहते हैं कि पूर्ण संख्याएँ योग के लिए संवृत होती हैं।**

क्र.सं.	पूर्णांक 1	पूर्णांक 2	योगफल	योगफल पूर्णांक है/नहीं है
1.	+2	+5	+7	
2.	-3	+7		
3.	4	+4		
4.	3	-5		

(ii) घटाव के अंतर्गत संवृत गुणधर्म—जब हम एक पूर्णांक में से दूसरे पूर्णांक को घटाते हैं तो उनका अंतर भी पूर्णांक ही प्राप्त होता है।

कथन	प्रेक्षण
1. $7 - 5 = 2$	परिणाम एक पूर्णांक है।
2. $4 - 9 = -5$
3. $(-4) - (-5) = \dots$	परिणाम एक पूर्णांक है।
4. $(-18) - (-18) = \dots$
5. $17 - 0 = \dots$

(iii) क्रमविनिमय गुणधर्म—हम जानते हैं कि $2 + 4 = 4 + 2 = 6$ अर्थात् पूर्ण संख्याओं के योग में क्रम बदलने से परिणाम में कोई परिवर्तन नहीं आता है अतः क्रमविनिमय गुणधर्म का पालन होता है।

व्यापक रूप में, दो पूर्णांकों a तथा b के लिए हम कह सकते हैं कि $a + b = b + a$

(iv) साहचर्य गुणधर्म—पूर्णांकों का योग साहचर्य नियम का पालन करता है। अर्थात्

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

(v) योज्य तत्समक—किसी भी पूर्णांक में 0 जोड़ने से योगफल वही पूर्णांक प्राप्त होता है अतः '0' पूर्णांकों के लिए योज्य तत्समक है।

पूर्णांकों का गुणन

(i) धनात्मक पूर्णांक का ऋणात्मक पूर्णांक से गुणन—

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$$

$$3 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -12$$

इस विधि का उपयोग करते हुए हमने पाया कि धनात्मक पूर्णांक को ऋणात्मक पूर्णांक से गुणा करने पर ऋणात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है, परन्तु क्या होता है जब ऋणात्मक पूर्णांक को धनात्मक पूर्णांक से गुणा करते हैं ?

$(-3) \times 4 = -12 = 3 \times (-4)$ इसी प्रकार हम $(-5) \times 3 = -15 = 3 \times (-5)$ भी प्राप्त कर सकते हैं।

(ii) दो ऋणात्मक पूर्णांकों का गुणन—दो ऋणात्मक पूर्णांकों का गुणनफल एक धनात्मक पूर्णांक होता है। हम दो ऋणात्मक पूर्णांकों को पूर्ण संख्याओं के रूप में गुणा करते हैं तथा गुणनफल के पूर्व में (+) का चिह्न लगाते हैं।

उदाहरणत :—

$$(-10) \times (-14) = 140, (-5) \times (-6) = 30$$

व्यापक रूप में दो धनात्मक पूर्णांकों a तथा b के लिए

$$(-a) \times (-b) = a \times b$$

(iii) शून्य से गुणन—किसी भी पूर्णांक को शून्य से गुणा करने पर शून्य प्राप्त होता है। व्यापक रूप में हम कह सकते हैं कि किसी भी पूर्णांक a के लिए

$$a \times 0 = 0 = 0 \times a$$

अंकों के साथ खेलना (Play with digits)

संख्याओं के साथ खेलने से तात्पर्य यह है कि किसी भी व्यंजक में गणनात्मक सम्बन्ध को ध्यान में रखते हुये गणित की जानकारी में वृद्धि करना।

संख्याओं का विभाजकता नियम

2 से विभाजकता : यदि किसी संख्या का इकाई अंक 0, 2, 4, 6, 8 में से हो, तो वह संख्या 2 से विभाज्य होती है।

3 से विभाजकता : यदि किसी संख्या के सभी अंकों का योग, 3 से विभाज्य है, तो वह संख्या भी 3 से विभाजित होती है।

4 से विभाजकता : यदि किसी संख्या के अन्तिम दो अंकों का युग्म, 4 से विभाज्य है, तो वह संख्या भी 4 से विभाजित होती है।

5 से विभाजकता : यदि संख्या का इकाई अंक 0 अथवा 5 है, तो वह संख्या 5 से पूर्णतया विभाजित होती है।

6 से विभाजकता : यदि संख्या 2 तथा 3 से पूर्णतया विभाज्य है, तो वह संख्या 6 से भी पूर्णतया विभाजित होती है।

7 से विभाजकता : संख्या का इकाई अंक लेकर उसका दोगुना करें। प्राप्त संख्या को मूल संख्या के शेष अंकों में से घटायें। यदि प्राप्त नयी संख्या शून्य (0) अथवा 7 से विभाजित होने वाली संख्या है, तो मूल संख्या भी 7 से विभाजित होगी।

8 से विभाजकता : संख्या के अन्तिम तीन अंकों का युग्म, यदि 8 से विभाज्य है, तो वह संख्या भी 8 से विभाजित होगी।

9 से विभाजकता : यदि संख्या के सभी अंकों को योग, 9 से विभाजित है, तो वह संख्या भी 9 से विभाजित होगी।

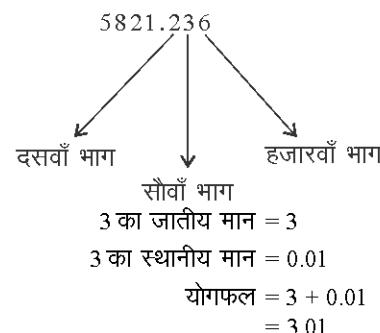
11 से विभाजकता : यदि संख्या में सम स्थानों पर अंकों के योग तथा विषम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर, 11 से विभाज्य है, तो संख्या भी 11 से विभाज्य होगी।

दशमलवीय स्थानीय मान (Decimal Place Value)

दशमलव वाली संख्याओं में दशमलव के बाद वाली संख्याओं को एक-एक अंक करके पढ़ा जाता है। दशमलव के बाद वाले अंक बायीं से दायीं ओर क्रमशः दसवाँ, सौवाँ, हजारवाँ, दस हजारवाँ आदि भाग होता है।

उदा. : 5821.236 में 3 के जातीय मान और स्थानीय मान का योगफल ज्ञात करो।

हल :



घात वाली संख्या का इकाई अंक ज्ञात करना (Finding the Unit Digit of a Powered Number)

I. यदि किसी संख्या में इकाई का अंक 0, 1, 5 या 6 है तो किसी भी घात पर इकाई का अंक अपरिवर्तित रहता है।

उदा. : $(2010)^{105}$ में इकाई का अंक = 0

$(2131)^{22}$ में इकाई का अंक = 1

$(1225)^{42}$ में इकाई का अंक = 5

$(1296)^{962}$ में इकाई का अंक = 6

- II.** यदि किसी संख्या में इकाई का अंक 4 या 9 है तब
- विषम घात होने पर—अभीष्ट संख्या का इकाई का अंक अपरिवर्तित होगा।
 - सम घात होने पर—अभीष्ट संख्या में इकाई का अंक क्रमशः 6 या 1 होगा।

उदा. : $(1914)^{216}$ में इकाई का अंक = 6

$(1914)^{213}$ में इकाई का अंक = 4

$(2019)^{216}$ में इकाई का अंक = 1

$(2019)^{2013}$ में इकाई का अंक = 9

- III.** यदि किसी संख्या में इकाई का अंक 2, 3, 7 या 8 है तो घात को 4 से भाग करो। शेषफल 1, 2, 3 या 4 होगा। (शून्य न लें) फिर इकाई के अंक को शेषफल के बराबर बार गुणा करें। प्राप्त संख्या का इकाई का अंक ही मूल संख्या का इकाई का अंक होगा।

उदा. 1 : $(4243)^{511}$ में $511 \div 4$ करने पर शेषफल 3 होगा।

तब 3 को 3 बार गुणा करेंगे। $3^3 = 27$ । अतः अभीष्ट इकाई का अंक 7 है।

उदा. 2 : $(1996)^{5212} \div 4$ करने पर शेषफल 4 (शून्य नहीं लेंगे) तब 6 को 4 बार गुणा करेंगे। $6^4 = 1296$ । अतः अभीष्ट इकाई का अंक 6 है।

गुणा के प्रश्नों में इकाई का अंक ज्ञात करना (Finding the Unit digit in Multiplication Questions)

कुछ संख्याओं को गुणा करते हुए यदि इकाई का अंक ज्ञात करना हो, तो केवल इकाई के अंकों को गुणा करते रहें तथा प्रत्येक प्राप्त संख्या के दहाई के अंक को हटा दें। अंत में प्राप्त अंक ही अभीष्ट इकाई का अंक होगा।

उदा. : $468 \times 26 \times 1268 \times 34683$ में इकाई का अंक ज्ञात करो।

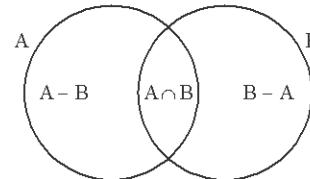
हल : $468 \times 26 \times 1268 \times 34683$ (8 × 6 में इकाई का अंक = 8)
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $8 \times 6 \times 8 \times 3$ (8 × 8 में इकाई का अंक = 4)
 $\searrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $8 \times 8 \times 3$ (4 × 3 में इकाई का अंक = 2)
 $\searrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 4×3 (2)
 $\searrow \quad \downarrow$
 2

अतः अभीष्ट संख्या में इकाई का अंक 2 होगा।

महत्वपूर्ण सूत्र (Important Formulae)

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
- $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
- यदि $a + b + c = 0$ हो, तब $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$
- किन्हीं दो समुच्चय A तथा B के लिए सूत्र निम्नवत् हैं—



- $n(A - B) + n(A \cap B) = n(A)$
- $n(B - A) + n(A \cap B) = n(B)$
- $n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$
- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

उदा. 1 : 7536008 को शब्द रूप में लिखने पर इनमें से क्या होगा?

हल : 7536008 = पचहत्तर लाख छठीस हजार आठ

उदा. 2 : संख्या 7086 में शून्य का स्थानीय मान क्या होगा?

हल : 7086 में शून्य का स्थानीय मान = 0×100
 $= 0$

उदा. 3 : 1, 5, 0, 7, 6 से बनने वाली पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या क्या होगी?

हल : 1, 5, 0, 7, 6 से बनने वाली 5-अंकों की सबसे छोटी संख्या = 10567

उदा. 4 : रोमन संकेत में LXXVII किस संख्या के समतुल्य होता है?

हल : LXXVII के समतुल्य संख्या = 77

उदा. 5 : यदि $112 \text{ इकाई} + 12 \text{ हजार} = 11012 + x \text{ दहाई}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल : $112 \text{ इकाई} + 12 \text{ हजार} + x \text{ दहाई}$
 $= 11012$
 $112 + 12000 = 11012 + 10x$
 $12112 = 11012 + 10x$
 $10x = 12112 - 11012$
 $10x = 1100 \Rightarrow x = 110$

उदा. 6 : यदि 26679 को 39 से भाग देने पर तथा 29405 को 34 से भाग देने पर प्राप्त शेषफलों के अन्तर को 18 से भाग दिया जाए, तो शेषफल होगा—

भाज्य	भाजक	शेषफल
26679	39	→ 3
29405	34	→ 29
		\therefore शेषफलों में अन्तर = $29 - 3 = 26$
		$\therefore 26 - 18 \rightarrow 8$

उदा. 7 : सोनाली के पास पाँच दर्जन चॉकलेट हैं। उसने इनका $\frac{1}{3}$ भाग रवि

को, $\frac{2}{5}$ भाग अजय को और $\frac{1}{12}$ भाग रजत को दे दिया। सोनाली के पास बची चॉकलेटों की संख्या है—

हल : सोनाली के पास बची चॉकलेटों की संख्या

$$= 60 - \left(\frac{1}{3} \times 60 + \frac{2}{5} \times 60 + \frac{1}{12} \times 60 \right)$$

$$= 60 - (20 + 24 + 5)$$

$$= 60 - 49 = 11$$

साधित उदाहरण

1. Z का मान ज्ञात कीजिए यदि संख्या 417Z8, 9 से विभाज्य हो—

- (A) 7 (B) 9
(C) 3 (D) 6

हल : (A) कोई भी संख्या 9 से तभी विभाज्य होगी, जबकि संख्या के अंकों का योग 9 से विभाज्य हो।

अतः संख्या 417Z8 में, $(4 + 1 + 7 + Z + 8) = (20 + Z)$

स्पष्ट है, 20 से बड़ी 9 से विभाज्य संख्या $= 27$,

$$\therefore (20 + Z) = 27 \\ \Rightarrow Z = (27 - 20) = 7$$

2. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सही है?

- (A) एक भाज्य संख्या विषम हो सकती है।
(B) कोई सम अभाज्य संख्या नहीं है।
(C) दो अभाज्य संख्याओं का योगफल सदैव अभाज्य संख्या होती है।
(D) सबसे छोटी अभाज्य संख्या 1 है।

हल : (A) ऐसी संख्याएँ जिनका स्वयं और 1 के अतिरिक्त कम से कम एक गुणनखण्ड अवश्य हो भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे—4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16.....

नोट—भाज्य संख्याएँ सम एवं विषम दोनों हो सकती हैं। अतः विकल्प (A) सत्य है।

विकल्प (B) असत्य है, क्योंकि केवल 2 एक सम अभाज्य संख्या है।

विकल्प (C) में 2 अभाज्य संख्याओं का योग सदैव अभाज्य संख्या होती है पूर्णतः असत्य है।

क्योंकि, $(2 + 3) = 5$ (अभाज्य संख्या)

$(3 + 5) = 8$ (सम संख्या)

$(5 + 7) = 12$ सम संख्या

अतः स्पष्ट है विकल्प (C) पूर्णतः गलत है।

विकल्प (D) में, सबसे छोटी अभाज्य संख्या 1 है पूर्णतः गलत है, क्योंकि सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 है।

नोट—1 न तो अभाज्य संख्या है न ही भाज्य संख्या है।

3. गुणनफल $(2153)^{167}$ में इकाई का अंक होगा—

- (A) 7 (B) 9
(C) 1 (D) 3

हल : (A) $(2153)^{167}$ में इकाई का अंक

$= (3)^{167}$ में इकाई का अंक

$= (3)^{41 \times 4 + 3}$ में इकाई का अंक

$= (3)^3$ में इकाई का अंक

$= 7$

4. 8 से भाज्य होने वाली संख्याएँ हैं—

- i. 5240 ii. 5220
iii. 97128 iv. 97124
(A) i, iii तथा iv (B) i तथा iii
(C) i तथा ii (D) ii तथा iii

हल : (B) यदि किसी संख्या के अंतिम तीन अंक (अर्थात् इकाई, दहाई, और सैकड़ा) स्थान के अंक 8 से विभाज्य हों, तो वह संख्या निश्चित ही 8 से विभाज्य होती है। अतः (i) संख्या 5240 में अंतिम तीन अंक = 240

अतः $240 \div 8 = 30$

स्पष्ट है, संख्या 5240, 8 से विभाज्य है।

(ii) संख्या 5220 में अंतिम तीन अंक = 220

अतः $220 \div 8 = 27 \frac{4}{8}$

अतः संख्या 5220, 8 से विभाज्य नहीं है।

(iii) संख्या 97128 में, संख्या के अंतिम तीन अंक = 128

अतः $128 \div 8 = 16$

अतः संख्या 97128, 8 से पूर्णतः विभाज्य है।

(iv) संख्या 97124 में, संख्या के अंतिम तीन अंक = 124

$\therefore 124 \div 8 = 15 \frac{4}{8}$

संख्या 97124, 8 से पूर्णतः विभाज्य नहीं है।

अतः स्पष्ट है, संख्याएँ (i) व (iii) 8 से विभाज्य हैं।

5. सरल कीजिए—

$$(-9) - \left\{ (-8) + (24 \div \overline{13-7}) \right\}$$

- (A) -8
(B) 5
(C) -5
(D) इनमें से कोई नहीं

हल : (C) व्यंजन =

$$(-9) - \left\{ (-8) + (24 \div \overline{13-7}) \right\}$$

BODMAS के नियम का प्रयोग करने पर,

$$= (-9) - \{ (-8) + (24 \div 6) \}$$

$$= (-9) - \{ (-8) + 4 \}$$

$$= -9 - (-4)$$

$$= -9 + 4 = -5$$

6. यदि 3 पेन, 2 पेंसिल और 4 रबर का मूल्य

$\text{₹} 92$ है तथा 8 पेंसिल और 16 रबर का मूल्य $\text{₹} 68$ है, तब 24 पेन का मूल्य है—

- (A) ₹ 675 (B) ₹ 625
(C) ₹ 500 (D) ₹ 600

हल : (D) 3 पेन + 2 पेंसिल + 4 रबर = ₹ 92

दोनों पक्षों में 4 से गुणा करने पर,

$$12 \text{ पेन} + 8 \text{ पेंसिल} + 16 \text{ रबर} = 368$$

...(1)

$$\therefore 8 \text{ पेंसिल} + 16 \text{ रबर} = 68 \quad (\text{दिया है})$$

समी. (1) से,

$$12 \text{ पेन} + 68 = 368$$

$$12 \text{ पेन} = 368 - 68 = 300$$

$$\therefore 24 \text{ पेन} = 2 \times 300 = ₹ 600$$

7. 100 के सम भाजकों की संख्या होगी—

- (A) 7 (B) 6
(C) 5 (D) 8

हल : (B) 100 के भाजक निम्न होंगे—1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

अतः सम भाजकों की संख्या = 6

8. सबसे छोटा ऋणेतर अभाज्य पूर्णांक है—

- (A) 2 (B) 0
(C) 1 (D) 3

हल : (A) सबसे छोटा ऋणेतर अभाज्य पूर्णांक = 2

9. π है, एक—

- (A) परिमेय संख्या (B) अपरिमेय संख्या
(C) अभाज्य संख्या (D) पूर्णांक

हल : (B) π एक अपरिमेय संख्या है।

10. $(378 \times 236 \times 459 \times 312)$ के गुणनफल में इकाई का अंक होगा—

- (A) 6 (B) 8
(C) 2 (D) 4

हल : (D) दिए गए व्यंजन $(378 \times 236 \times 459 \times 312)$ के गुणनफल में इकाई का अंक = $(8 \times 6 \times 9 \times 2)$ के गुणनफल में

इकाई का अंक = (48×18) के गुणनफल में

इकाई का अंक = (8×8) के गुणनफल में

इकाई का अंक = 64 में इकाई का अंक = 4

11. यदि संख्या 604....6, 11 से विभाज्य हो, तो

रिक्त स्थान का पूर्णांक है—

- (A) 1 (B) 3
(C) 7 (D) 5

हल : (D) प्रमेय के अनुसार संख्या 604_6,

यदि 11 से पूर्णतः विभाजित है, तो इसके सम व विषम स्थानों के अंकों के योग का अन्तर या तो 0 होगा या 11 से विभाजित होगा।

19. 1000 में किस न्यूनतम पूर्णांक को जोड़ा जाए कि वह पूर्ण वर्ग बन जाए ?
 (A) 10 (B) 18
 (C) 24 (D) 89
20. एक आदमी के पास कुछ मुर्गियाँ और कुछ गायें हैं। यदि सिरों की संख्या : पैरों की संख्या = 12 : 35 हो, तो मुर्गियों की संख्या ज्ञात कीजिए, यदि केवल सिरों की संख्या 48 है—
 (A) 28 (B) 26
 (C) 24 (D) 22
21. उन सभी अभाज्य संख्याओं का, जो 17 से बड़ी नहीं हैं, योगफल है—
 (A) 59 (B) 58
 (C) 41 (D) 42
22. यदि p तथा q दो आपेक्षित अभाज्य धनात्मक पूर्णांक हों और $p + q = 10$, $p < q$ हो, तो p के संभवतः कितने मान हो सकते हैं ?
 (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) 1
23. मैंने एक धन पूर्णांक को 18 से गुणा किया और दूसरे को 21 से, तदोपरान्त दोनों गुणनफलों को जोड़ दिया। तदनुसार प्राप्त योग निम्नलिखित में कौन-सा होगा ?
 (A) 2007 (B) 2008
 (C) 2006 (D) 2002
24. दो संख्याओं का गुणनफल 45 है और उनका अन्तर 4 है। तदनुसार उन संख्याओं के वर्गों का योग कितना होगा ?
 (A) 135 (B) 240
 (C) 73 (D) 106
25. $(122)^{173}$ के गुणनफल में एकक अंक क्या है ?
 (A) 2 (B) 4
 (C) 6 (D) 8
26. मैं अपने पुत्र से तिगुनी आयु का हूँ। 15 वर्षों बाद मैं अपने पुत्र की दोगुनी आयु का हो जाऊँगा। तदनुसार हम दोनों की आयु का योग कितना है ?
 (A) 48 वर्ष (B) 60 वर्ष
 (C) 64 वर्ष (D) 72 वर्ष
27. यदि $\sqrt{1+\frac{x}{9}} = \frac{13}{3}$ तो x का मान कितना होगा ?
 (A) $\frac{1439}{9}$ (B) 160
 (C) $\frac{1443}{9}$ (D) 169
28. दो संख्याओं का जोड़ 24 है और उनका गुणनफल 143 है। तदनुसार उनके वर्गों का योग कितना होगा ?
 (A) 296 (B) 295
 (C) 290 (D) 228
29. एक व्यक्ति ने कुछ अप्डे ₹ 5 में 3 की दर से खरीदे और उन्हें ₹ 12 में 5 की दर से बेच

दिया। तदनुसार यदि उसने उनसे ₹ 143 प्राप्त किये हैं, तो उसके खरीदे अप्डों की संख्या कितनी थी ?

- (A) 210 (B) 200
 (C) 195 (D) 190

30. वह सबसे छोटी संख्या, जिसे 4 अंकों वाली सबसे बड़ी संख्या में जोड़ने पर योगफल 345 से विभाजित होता हो, होगी—

- (A) 50 (B) 6
 (C) 60 (D) 5

31. $(124)^{372} + (124)^{373}$ के योग में एकक अंक कौन-सा है ?

- (A) 5 (B) 4
 (C) 2 (D) 0

32. यदि $\sqrt{0.03 \times 0.3 \times a} = 0.3 \times 0.3 \times \sqrt{b}$ हो, तो

- $\frac{a}{b}$ का मान कितना होगा ?
 (A) 0.009 (B) 0.03
 (C) 0.9 (D) 0.08

33. यदि $\frac{a}{b}$ तथा उसके व्युक्तम का योगफल 1 हो और $a \neq 0$, $b \neq 0$ हो, तो $a^3 + b^3$ का मान क्या होगा ?

- (A) 2 (B) -1
 (C) 0 (D) 1

व्याख्यात्मक हल

1. (B) माना कि तीन क्रमागत धनात्मक संख्याएँ क्रमशः $(x - 1)$, (x) तथा $(x + 1)$ हैं, तो प्रश्नानुसार,

$$(x - 1)^2 + (x)^2 + (x + 1)^2 = 365$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 - 2x + x^2 + x^2 + 1 + 2x = 365$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 2 = 365$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 365 - 2 = 363$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{363}{3} = 121 = (11)^2$$

$$\therefore x = 11$$

$$\therefore x - 1 = 11 - 1$$

$$= 10$$

$$x = 11$$

$$\text{तथा } x + 1 = 11 + 1 = 12$$

$$\therefore \text{अभीष्ट योगफल} = 10 + 11 + 12 = 33$$

2. (D) प्रश्नानुसार,

$$\text{भाजक} = \text{भागफल} \times 10$$

$$\text{भाजक} = \text{शेषफल} \times 5$$

$$\text{भाजक} = 46 \times 5 = 230$$

$$\text{भागफल} = \frac{\text{भाजक}}{10} = \frac{230}{10} = 23$$

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

$$= 230 \times 23 + 46$$

$$= 5290 + 46 = 5336$$

3. (C) माना कि चार अभाज्य संख्याएँ आरोही क्रम में क्रमशः a , b , c तथा d हैं, तो प्रश्नानुसार,

$$a \times b \times c = 455$$

$$\text{तथा } b \times c \times d = 1729$$

$$\therefore \frac{a \times b \times c}{b \times c \times d} = \frac{455}{1729}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{5}{19}$$

अतः सबसे छोटी संख्या = 5 तथा सबसे बड़ी संख्या = 19

4. (A) माना कि संख्याएँ x तथा y हैं, तो प्रश्नानुसार,

$$x + y = 5 \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा } x \times y = 6$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$= (5)^2 - 4 \times 6$$

$$= 25 - 24$$

$$= 1$$

$$x - y = 1 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से,

$$x + y = 5$$

$$x - y = 1$$

$$2x = 6$$

$$\therefore x = \frac{6}{2} = 3$$

समीकरण (i) से, $x + y = 5$

$$3 + y = 5$$

$$y = 5 - 3 = 2$$

पुनः प्रश्नानुसार,

$$\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{y}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{4+9}{36} = \frac{13}{36}$$

5. (C) संख्याएँ $= x$, $x + 1$ एवं $x + 2$

$$\therefore 2x + 3x + 3 + 4x + 8 = 191$$

$$\Rightarrow 9x = 191 - 11 = 180$$

$$\Rightarrow x = 20$$

∴ संख्याएँ $= 20, 21$ एवं 22

6. (B) सुरक्षित मेज $= \frac{5}{6} \times 108 = 90$

$$\text{सुरक्षित कुर्सियाँ} = \frac{3}{4} \times 132 = 99$$

$$\text{सुरक्षित जोड़} = 90$$

7. (D) यदि पहला भाग $= x$ हो

$$\text{तो दूसरा भाग} = 37 - x$$

$$\therefore x \times 5 + (37 - x) \times 11 = 227$$

$$\Rightarrow 5x + 407 - 11x = 227$$

$$\Rightarrow 6x = 407 - 227 = 180$$

$$\therefore x = 30$$

$$\therefore \text{दूसरा भाग} = 7$$

8. (D) 120 वं 300 के मध्य के पूर्ण वर्ग इस प्रकार होंगे $(11)^2, (12)^2, (13)^2, (14)^2, (15)^2, (16)^2, (17)^2$
अभीष्ट योगफल = $121 + 144 + 169 + 196 + 225 + 256 + 289 = 1400$

9. (A) माना कि दो संख्याएँ x तथा y हैं
तो प्रश्नानुसार,

$$x + y = 8$$

$$\text{तथा } x \times y = 15$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y+x}{xy}$$

$$= \frac{8}{15}$$

$$10. (C) 41 \frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{125}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{125}{3} \times \frac{6}{1} = 250$$

$$11. (B) 0.9 = 0.9000$$

$$0.\bar{9} = 0.9999$$

$$0.0\bar{9} = 0.0999$$

$$0.\overline{09} = 0.0909$$

अतः

$$\text{सबसे बड़ी संख्या} = 0.9999 \\ = 0.\bar{9}$$

$$12. (B) \frac{5}{8} = 0.625$$

$$\frac{7}{11} = 0.6\overline{36}$$

$$\text{जबकि } \frac{19}{30} = 0.6\overline{3}$$

$$\text{अतः अभीष्ट भिन्न} = \frac{19}{30}$$

13. (B) माना कि पिता और पुत्र की वर्तमान आयु क्रमशः $5x$ वर्ष तथा $2x$ वर्ष है,
तो प्रश्नानुसार,

$$5x \times 2x = 1000$$

$$\Rightarrow 10x^2 = 1000$$

$$\Rightarrow x^2 = 100$$

$$\therefore x = 10$$

$$10 \text{ वर्ष बाद पिता की आयु} = 5x + 10 \\ = 5 \times 10 + 10 \\ = 50 + 10 = 60 \text{ वर्ष}$$

14. (C) 80 एवं 90 के मध्य अभाज्य संख्याएँ $= 83$ एवं 89

$$\therefore \text{अभीष्ट गुणनफल} = 83 \times 89 = 7387$$

15. (D) माना कि पाँच क्रमिक संख्याएँ क्रमशः $(a), (a+1), (a+2), (a+3)$ तथा $(a+4)$ हैं।

$$\text{तो } S = (a) + (a+1) + (a+2) + (a+3) + (a+4) \\ = 5a + 10$$

$$\Rightarrow 5a = S - 10 \quad \therefore a = \frac{S-10}{5}$$

$$\therefore \text{सबसे बड़ा पूर्णांक} = a + 4$$

$$= \frac{S-10}{5} + 4$$

$$= \frac{S-10+20}{5}$$

$$= \frac{S+10}{5}$$

16. (B) प्रश्नानुसार,

$$x \text{ संख्याओं का योग} = x \times y = xy$$

$$\text{तथा } y \text{ संख्याओं का योग} = y \times x = xy$$

$$\therefore (x+y) \text{ संख्याओं का औसत} = \frac{xy+xy}{x+y}$$

$$= \frac{2xy}{x+y}$$

17. (C) प्रत्येक वास्तविक संख्या एक परिमेय संख्या है।

18. (C) माना कि अभीष्ट संख्या x है,

तो प्रश्नानुसार,

$$x + (x)^2 = 2 \times 3 \times 5$$

(तीन अभाज्य संख्याएँ)

$$\Rightarrow x + x^2 = 30$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 5x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+6) - 5(x+6) = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow (x-5) = 0$$

$$\therefore x = 5$$

$$19. (C) (31)^2 < 1000 < (32)^2$$

$$\Rightarrow (32)^2 = 1024$$

$$\therefore \text{अभीष्ट संख्या} = 1024 - 1000 = 24$$

20. (B) माना कि मुर्गियों की संख्या x है,

$$\text{तो गायों की संख्या} = 48 - x$$

$$\therefore 2x + (48-x) \times 4 = 35 \times 4$$

$$\Rightarrow 2x + 192 - 4x = 140$$

$$\Rightarrow 2x = 192 - 140 = 52$$

$$\therefore x = \frac{52}{2} = 26$$

अतः मुर्गियों की संख्या = 26

21. (B) 17 तक की अभाज्य संख्याएँ

$$= 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17$$

22. (A) अभीष्ट योगफल

$$= 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17$$

$$= 58$$

23. (A) माना कि दो धन पूर्णांक क्रमशः x तथा y हैं,

$$\text{तो प्रश्नानुसार, } 18x + 21y = 3 \\ (6x + 7y)$$

अतः केवल 2007, 3 से विभाजित होता है, इसलिये यही सम्भव है।

24. (D) माना कि दो संख्याएँ क्रमशः x तथा y हैं,

$$\text{तो प्रश्नानुसार, } x \times y = 45$$

$$\text{तथा } x \sim y = 4$$

$$\therefore x^2 - y^2 = (x-y)^2 + 2xy \\ y^2 = (4)^2 + 2 \times 45 \\ = 16 + 90 = 106$$

25. (A) $(122)^{173}$ के गुणनफल में एकक अंक

$$= (2)^{173} \text{ में एकक अंक}$$

$$= (2)^{172+1} \text{ में एकक अंक}$$

[∵ प्रत्येक 4 घात के बाद इकाई का अंक दोहराया जाता है]

$$= (2)^1 \text{ में एकक अंक} = 2$$

26. (B) माना कि पुत्र की वर्तमान आयु = x वर्ष

$$\text{तो मेरी वर्तमान आयु} = 3x \text{ वर्ष}$$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{3x+15}{x+15} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow 3x + 15 = 2x + 30$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 30 - 15$$

$$\therefore x = 15$$

अतः हम दोनों की आयु का योग

$$= x + 3x$$

$$= 4x = 4 \times 15 = 60 \text{ वर्ष}$$

27. (B) प्रश्नानुसार,

$$\sqrt{1+\frac{x}{9}} = \frac{13}{3}$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{1+\frac{x}{9}} \right)^2 = \left(\frac{13}{3} \right)^2$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{x}{9} = \frac{169}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{9+x}{9} = \frac{169}{9}$$

$$\Rightarrow 9 + x = 169$$

$$\therefore x = 169 - 9 = 160$$

28. (C) माना कि दो संख्याएँ क्रमशः x तथा y हैं,

$$\text{तो प्रश्नानुसार,}$$

$$x + y = 24$$

- तथा $x \times y = 143$
- $$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$
- $$= (24)^2 - 2 \times 143$$
- $$= 576 - 286 = 290$$
29. (C) माना कि अण्डों की संख्या = x
 तो x अण्डों का क्रय मूल्य = $x \times \frac{5}{3}$
 $= ₹ \frac{5x}{3}$
 तो x अण्डों का विक्रय मूल्य = $x \times \frac{12}{5}$
 $= ₹ \frac{12x}{5}$
 $\therefore \frac{12x}{5} - \frac{5x}{3} = 143$
 $\Rightarrow \frac{36x - 25x}{15} = 143$
- $\Rightarrow \frac{11x}{15} = 143$
 $\therefore x = \frac{143 \times 15}{11} = 195$
 अतः खरीदे गये अण्डों की संख्या = 195
30. (B) ∵ 10005, 345 से पूर्णतः विभाजित होती है।
 अतः अभीष्ट सबसे छोटी संख्या
 $= 10005 - 999 = 6$
31. (A) $(124)^{372} + (124)^{373}$
 $= (124)^{372} [1 + 124]$
 $= (124)^{372} \times 125$
 \therefore अभीष्ट एकक अंक
 $= (4)^0 \times 125$ का एकक अंक
 $= 5$
32. (C) ∵ $\sqrt{0.03 \times 0.3 \times a} = 0.3 \times 0.3 \times \sqrt{b}$
 $\Rightarrow \sqrt{0.009 \times a} = 0.09 \times \sqrt{b}$
 $\Rightarrow 0.009 \times a = 0.0081 \times b$
 $\therefore \frac{a}{b} = \frac{0.0081}{0.009} = \frac{81}{90} = 0.9$
33. (C) प्रश्नानुसार,
 $\Rightarrow \frac{a+b}{b+a} = 1$
 $\Rightarrow \frac{a^2+b^2}{ab} = 1$
 $\Rightarrow a^2+b^2 = ab$
 $\Rightarrow a^2+b^2-ab=0$
 $\therefore a^3+b^3=(a+b)(a^2+b^2-ab)$
 $= (a+b) \times 0 = 0$
- □

राजस्थान अध्यापक पात्रता (1-5) परीक्षा 2011

हल-प्रश्न पत्र

गणित

1. निम्नलिखित चार संख्याओं को अवरोही क्रम में लिखें।

- I. 4 2 0 3 5 6 7
 - II. 4 2 0 3 6 5 7
 - III. 4 2 0 3 7 5 6
 - IV. 4 2 0 3 6 7 5
- (A) I, II, III, IV (B) III, IV, II, I
 (C) I, II, IV, III (D) I, II, IV, I

1. (B) अवरोही क्रम का तात्पर्य घटता हुआ क्रम अर्थात् पहले बड़ी संख्या फिर उससे छोटी संख्या...

$$\begin{array}{r} \text{अवरोही क्रम में स्थान} \\ \hline 4203567 & 4203657 & 4203756 \\ 4 & 3 & 1 \\ \hline & 2 & \\ & 4203675 & \end{array}$$

अवरोही क्रम 4203756, 4203675, 4203657, 4203567

2. एक करोड़ बराबर है—

- (A) 100 लाख के (B) 1000 लाख के
 (C) 10 लाख के (D) 100 हजार के

2. (A) $1 \text{ करोड़} = 10000000 = 100 \text{ लाख}$

3. संख्या 5 करोड़ 9 लाख 4 हजार 9 सौ अठासी को अंकों में लिखने पर प्राप्त होता है—

- (A) 59004988 (B) 590400988
 (C) 509049088 (D) 50904988

3. (D) $5 \text{ करोड़} = 50000000$

$$9 \text{ लाख} = 900000$$

$$4 \text{ हजार} = 4000$$

$$9 \text{ सौ} = 900$$

$$\text{अठासी} = 88$$

$$\hline$$

$$50904988$$

4. एक गाँव की कुल जनसंख्या 78692 है। इनमें से 29642 पुरुष हैं, 28167 महिलाएँ हैं, तथा शेष बच्चे हैं, तो बच्चों की संख्या है—

- (A) 20883 (B) 21883
 (C) 20893 (D) 20783

4. (A) दिया गया है,

गाँव की कुल जनसंख्या = 78692

गाँव में स्त्री व पुरुषों की संख्या

$$= 29642 + 28167 = 57809$$

$$= 57809$$

अतः बच्चों की संख्या

$$= 78692 - 57809 \\ = 20883$$

5. शून्य में 60 का भाग देने पर भाज्य, भाजक, भागफल शेषफल क्रमशः हैं—

- (A) 0, 60, 0, 0
- (B) 60, 0, 1, 0
- (C) 0, 60, 0, 1
- (D) 60, 0, 0, 1

5. (A) शून्य को 60 से विभाजित करने पर,

भाज्य = 0, भाजक = 60

और भागफल = 0 और शेषफल = 0

6. 25 पैसे के 15 सिक्कों का मान बराबर है—

- (A) एक रुपये के 3 सिक्कों + 50 पैसे का 1 सिक्का + 25 पैसे का एक सिक्का
- (B) एक रुपये के 2 सिक्कों + 50 पैसे का 3 सिक्कों + 25 पैसे का एक सिक्का
- (C) एक रुपये के 3 सिक्कों + 25 पैसे के 3 सिक्कों
- (D) एक रुपये के 3 सिक्कों + 25 पैसे के 2 सिक्कों

6. (A) 25 पैसे के 15 सिक्कों का मान

$$= 25 \times 15 = 375 \text{ पैसे}$$

विकल्पों के माध्यम से हल करने पर,
 विकल्प (A) से,

एक रुपये के 3 सिक्कों + 50 पैसे का 1 सिक्का + 25 पैसे का एक सिक्का

$$= 1 \times 100 \times 3 + 50 \times 1 + 25 \times 1$$

$$= 375 \text{ पैसे}$$

7. भिन्नों $\frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}$ का आरोही क्रम है—

- (A) $\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}$
 (C) $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{2}{9}$ (D) $\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$

7. (A) भिन्नों के दशमलव में मान

$$\frac{2}{9} = 0.22$$

$$\frac{5}{8} = 0.625$$

$$\frac{1}{3} = 0.33$$

$$\frac{3}{4} = 0.75$$

आरोही क्रम— $\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$

8. यदि 5 पैसिलों का मूल्य $3\frac{3}{4}$ है, तो 2 पैसिलों का मूल्य होगा—

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{2}$
 (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. (B) ऐकिक नियम से हल करने पर,

$$\therefore 5 \text{ पैसिलों का मूल्य} = 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ पैसिल का मूल्य} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 2 \text{ पैसिल का मूल्य} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{5} \times 2 \\ = \frac{3}{2} \text{ ₹}$$

9. निम्न में से कौन-सा कथन सही है?

- (A) 1 अभाज्य संख्या नहीं है
- (B) 1 अभाज्य संख्या है
- (C) 1 संयुक्त संख्या है
- (D) 2 अभाज्य संख्या नहीं है

9. (A) 1 न से अभाज्य संख्या और न ही भाज्य (संयुक्त) संख्या है। 2 प्रथम अभाज्य संख्या है।

10. संख्या 720 के अभाज्य गुणनखण्ड हैं—

- (A) $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5$
- (B) $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$
- (C) $3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 5$
- (D) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

10. (D) 720 के अभाज्य गुणनखण्ड

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ \hline 1 \end{array}$$

11. संख्याओं 425 तथा 476 का महत्तम समापवर्तक है—

- (A) 4 (B) 5
 (C) 17 (D) 51

